
Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en didáctica de la matemática¹

Juan D. Rodino

Resumen:

En este trabajo se analizan diferentes concepciones de la Didáctica de la Matemática como disciplina y de los paradigmas de investigación adecuados a la misma. Estos dos factores determinan la definición de los problemas de investigación y constituyen componentes principales de la Teoría de la Educación Matemática, junto con la perspectiva sistémica, cuya consideración es inevitable dada la complejidad de los sistemas didácticos y de enseñanza. Finalmente, describimos la concepción y paradigma de investigación de Didáctica de la Matemática surgida en Francia, que consideramos integradora respecto al resto de enfoques pluridisciplinar y técnico de esta disciplina, así como respecto a los marcos metodológicos extremos interpretativo y proceso-producto.

1. Introducción

Una de las fases más importantes del proceso de investigación es sin duda el planteamiento del problema objeto de estudio. Las primeras cinco etapas de este proceso descritas por Fox (1981) se refieren a esta cuestión:

- 1) Idea o necesidad impulsora y área problemática.
- 2) Examen inicial de la bibliografía.
- 3) Definición del problema concreto de investigación
- 4) Estimación del éxito potencial de la investigación planteada
- 5) Segundo examen de la bibliografía.

Si esta fase de la investigación nos conduce a un problema significativo para el área de conocimiento y disponemos de los recursos necesarios para llevarla a cabo con el necesario rigor metodológico, se habrá cubierto una parte importante del trabajo de investigación.

¹ *Quadrante*, 2 (1), pp. 9-22, 1993

No obstante, esta etapa es, frecuentemente, una de las más difíciles. ¿Es posible disponer de una relación de cuestiones, convenientemente clasificadas y jerarquizadas que, en función de los recursos disponibles, nos facilite la delimitación de los problemas de investigación? Esta cuestión ha merecido la atención de autores como Freudenthal (1981), Wheeler et al. (1984), entre otros, y ha motivado la producción de distintas agendas de investigación para la didáctica de la matemática (Sowder, 1991; Grouws, 1992).

Pero la selección de los problemas de investigación debe estar conectada con un marco teórico y con teorías específicas que den significación a los mismos, de modo que los conocimientos aportados contribuyan a la comprensión global de los fenómenos didácticos. A su vez las teorías específicas están condicionadas por concepciones más generales acerca de la naturaleza de la propia disciplina.

En consecuencia, cuando un educador matemático o un grupo de profesores se interesan por realizar una investigación, tratando de dar una categoría de trabajo científico a su labor, se encuentra, desde el primer momento, ante el problema epistemológico de la naturaleza de la Didáctica de la Matemática y de los paradigmas metodológicos correspondientes. Estas dos cuestiones afectan plenamente a la formulación de los problemas de investigación y a la determinación de la importancia relativa de los mismos.

En nuestro caso, debido a la falta de tradición investigadora y de paradigmas consolidados en este campo, es aún más importante la clarificación de las cuestiones que han comenzado a configurar la Teoría de la Educación Matemática (Steiner et al. 1984), y de los posibles métodos de investigación de las mismas, ya que condicionan los tipos de investigaciones hacia los cuales podemos dedicar nuestros esfuerzos.

2. La perspectiva sistémica

La característica principal de la Didáctica de la Matemática es la de su extrema complejidad. Como describe Steiner, esta disciplina comprende "el complejo fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad; las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno" [Steiner (1984), p. 16]

Esto ha llevado a distintos autores al uso de la Teoría de Sistemas para su consideración teórica. La noción interdisciplinar de sistema, adoptada por todas las ciencias sociales, se revela necesaria siempre que se tengan razones para suponer que el funcionamiento global de un conjunto de elementos no puede ser explicado por el simple agregado de los mismos, y que incluso el comportamiento de estos queda modificado por su inclusión en el sistema.

En la didáctica de la matemática el enfoque sistémico es claramente necesario, pues, además del sistema de enseñanza de las matemáticas en su conjunto, y de los propios sistemas conceptuales, hay que considerar los sistemas didácticos materializados en una clase, cuyos subsistemas principales son: el profesor, los alumnos y el saber enseñado.

Chevallard (1985) considera necesario incluir en la problemática didáctica el estudio de un subsistema adicional que denomina noosfera y comprende todas las personas que en la sociedad

piensan sobre los contenidos y métodos de enseñanza, influyendo, por tanto, de una manera directa o indirecta sobre ella (formadores de profesores, escritores de textos y materiales curriculares, investigadores, asociaciones de profesores, padres de alumnos, diseñadores del curriculum, políticos, directores y administradores de centros de enseñanza, ...). Pero, además, el sistema didáctico está inmerso en un entorno social, cultural, tecnológico y científico que influye y condiciona su funcionamiento.

Una aproximación sistémica para los problemas didácticos es esencial ya que, como afirma M. Artigue (1984):

- muestra que la Didáctica de la Matemática se encuentra en el corazón de interacciones múltiples y debe, como consecuencia, desarrollar sus propias problemáticas y metodologías, aunque sin despreciar los aportes de las disciplinas conexas, en particular la psicología y la epistemología;
- muestra, reagrupándolas en el seno de una estructura común, lo que liga entre sí a las didácticas de las diversas disciplinas pero, al mismo tiempo, indica lo que las separa: saberes diferentes cuya apropiación y transmisión plantea problemas que son, en sí mismos, específicos del conocimiento planteado.

Steiner señala una característica adicional de la visión sistémica de la didáctica de las matemáticas, al indicar que es autoreferente: "con respecto a ciertos aspectos y tareas, la educación matemática como disciplina y como campo profesional es uno de estos subsistemas. Por otro lado, es también el único campo científico que estudia el sistema total. Una aproximación sistémica con sus tareas de auto-referencia debe considerarse como un

meta-paradigma organizativo para la educación matemática. Parece ser también una necesidad para manejar la complejidad de la totalidad, pero también porque el carácter sistémico se muestra en cada problema particular del campo" (Steiner, 1985; pg 11).

3. Concepciones sobre la didáctica de la matemática como disciplina

Ante la extrema complejidad de los problemas de la educación matemática Steiner (1985) indica que se producen dos reacciones extremas:

- los que afirman que la Didáctica de la Matemática no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica, y por tanto, la enseñanza de las matemáticas es esencialmente un arte;
- los que, pensando que es posible la existencia de la Didáctica como

ciencia, reducen la complejidad de los problemas seleccionando sólo un aspecto parcial (análisis del contenido, construcción del currículo, métodos de enseñanza, desarrollo de destrezas en el alumno, interacción en el aula,...) al que atribuyen un peso especial dentro del conjunto, dando lugar a diferentes definiciones y visiones de la misma.

De manera parecida se expresa G. Brousseau (1989) indicando una primera acepción, que consiste en la identificación de la didáctica como el ARTE DE ENSEÑAR - conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso, la ciencia matemática.

Brousseau (1989), sin embargo, distingue dos concepciones de carácter científico que denominaremos concepción PLURIDISCIPLINAR y concepción FUNDAMENTAL O MATEMÁTICA. Como bisagra entre estos dos grupos se distingue también una concepción TECNICISTA, para la que la didáctica serían las técnicas de enseñanza, "la invención, descripción, estudio, producción y el control de medios nuevos para la enseñanza: currícula, objetivos, medios de evaluación, materiales, manuales, lógicos, obras para la formación, etc." (pag. 2). Esta concepción conduce hacia una DIDÁCTICA NORMATIVA basada en la ingeniería didáctica y las técnicas empíricas.

En el punto de vista que hemos denominado concepción PLURIDISCIPLINAR de la didáctica, que coincidiría con la segunda tendencia señalada por Steiner, ésta aparece como una etiqueta cómoda para designar las enseñanzas necesarias para la formación técnica y profesional de los profesores. La didáctica como área de conocimiento científico sería el campo de investigación llevado a cabo sobre la enseñanza en el cuadro de disciplinas científicas clásicas, como son: la psicología, la semiología, sociología, lingüística, epistemología, lógica, neurofisiología, pedagogía, pediatría, psicoanálisis, la estadística, la inteligencia artificial, ...

Como punto de vista distinto al tecnicista y pluridisciplinar, según explica G. Brousseau en el trabajo citado, ha aparecido en Francia otro uso del término didáctica. Los didáctas de la matemática que comparten el punto de vista fundamental relacionan todos los aspectos de su actividad con las matemáticas. La razón aportada es que el estudio de las transformaciones de la matemática, bien sea desde el punto de vista de la investigación o de la enseñanza siempre ha formado parte de la actividad del matemático, así como la búsqueda de los problemas - y las situaciones - que requieren una noción matemática o un teorema. Esta entrada al estudio de los fenómenos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas desde el polo de la especificidad del saber supone un nuevo nivel de análisis, distinto de los considerados por las restantes disciplinas de referencia, y aporta una dimensión compatible con los restantes niveles (psicológico, pedagógico, ...)

La concepción fundamental o matemática, en consecuencia, tiende a integrar todos los sentidos precedentes y a asignarles un lugar en relación a una teoría unificadora del hecho didáctico, cuya justificación y métodos serían específicos y endógenos. Dicha concepción pudiera ser el comienzo de una respuesta a la necesidad señalada por Steiner "de una base teórica que nos permita una mejor comprensión e identifique las diversas posiciones, aspectos e intenciones que subrayan las diferentes definiciones de educación matemática en uso, para analizar las relaciones entre estas posiciones y conjuntarlas en una comprensión dialéctica del campo total". (Steiner, 1985, pg.11). En Godino (1991) se describe y analiza esta concepción con más detalle y se realiza una valoración de su posible significación en el desarrollo del campo de investigación.

4. Concepciones de didáctica de la matemática y problemas de investigación

La investigación en Didáctica de la Matemática, al igual que en otros campos (medicina, agricultura, administración, ...) requiere tanto de desarrollos teóricos como prácticos, esto es, tanto el estudio de los fundamentos del desarrollo cognitivo y las diferencias individuales para el aprendizaje de las matemáticas como de los problemas de toma de decisiones en el aula, la escuela y los programas de formación de profesores (Begle y Gibb, 1980). Se trata de un continuo que va desde la investigación pura, no directamente aplicable a la investigación y

desarrollo de tipo tecnológico hasta la elaboración de materiales para la instrucción, después de su correspondiente ensayo y evaluación en entornos tanto de laboratorio como en clases normales.

Las diversas concepciones a que hemos hecho referencia anteriormente se distinguen también por los tipos de problemas que se formulan. Pasaremos a describir, a grandes rasgos, las características de algunos de estos problemas en cada una de las tres concepciones tecnicista, pluridisciplinar y fundamental, así como el dilema teoría-aplicación en el seno de las mismas.

Situados en la posición tecnicista, la investigación se considera como medio de mejora de la planificación de los currículos y la formación de profesores. Este enfoque práctico, de investigación aplicada, está presente en los cuatro niveles con que Burkhardt (1988) clasifica las investigaciones, respecto al número de estudiantes implicados en los mismos:

Niveles de aprendizaje: proceso de aprendizaje, dificultades y errores, en estudios de casos o de muestras.

Posibilidades didácticas: Ensayos de innovaciones curriculares con una o pocas aulas; no influye la variable profesor.

Efectividad de la enseñanza: Introducción de la variable profesor y estudios comparativos de métodos alternativos.

Cambio curricular: y su proceso de implementación en gran escala.

En el enfoque pluridisciplinar, los problemas fundamentales vienen determinados con frecuencia por la ciencia desde la que se contempla el proceso didáctico. "Entre los que piensan que la educación matemática existe como ciencia, encontramos una variedad de definiciones diferentes, por ejemplo, el estudio de las relaciones entre matemática, individuo y sociedad, la reconstrucción de la matemática actual a nivel elemental, el desarrollo y evaluación de cursos matemáticos, el estudio del conocimiento matemático, sus tipos, representación y crecimiento, el estudio del aprendizaje matemático de los niños, el estudio y desarrollo de las competencias de los profesores, el estudio de la comunicación e interacción en las clases. etc." (Steiner (1985), pg. 11).

En la concepción matemática o fundamental, la didáctica se presenta como "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos" (Brousseau, 1989; pag. 3).

Sus objetos de estudio particulares son:

- las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores.
- las instituciones y las actividades que tienen por objeto facilitar estas operaciones.

Un rasgo característico de la problemática de investigación derivada de la concepción fundamental, que puede verse con detalle en (Balachef, 1990), es su tendencia hacia la teorización y a la construcción de modelos. " El verdadero objetivo de la didáctica es la

construcción de una teoría de los procesos didácticos que nos proporcione dominio práctico sobre los fenómenos de la clase" (Chevallard, 1980; p. 152). Mas recientemente Chevallard (1992) sitúa la problemática de investigación en Didáctica de la Matemática en una perspectiva más amplia y profunda: la antropología cognitiva, el estudio del hombre aprendiendo y enseñando matemáticas.

El dilema teoría-aplicación en las concepciones de la didáctica

En la exposición que hemos realizado de las concepciones de la didáctica apreciamos el debate dialéctico entre las tendencias hacia la producción de conocimientos teóricos y conocimientos prácticos. En este sentido puede resultar clarificador utilizar las etiquetas "Didáctica Teórica" y "Didáctica Técnica (o Práctica)": la primera sería la disciplina académica que se interesa por describir y explicar los estados y evolución de los sistemas didácticos y cognitivos, mientras que la segunda se interesa por la problemática de la toma de decisiones en el aula, por la acción reflexiva en un lugar y un tiempo específicos.

En la postura del teórico, lo esencial es conocer cómo funciona el sistema y describir leyes de carácter general que expliquen su dinámica. El descubrimiento de estos principios debe ser prioritario, ya que su aplicación llevaría casi de modo inmediato a la solución de los problemas concretos; tratar de resolverlos desconociendo cómo funciona el sistema puede ser un esfuerzo vano condenado al fracaso.

El punto de vista del práctico, del técnico, del investigador aplicado, pensamos que es bien distinto. Hay un problema que resolver aquí y ahora y no es posible esperar a que la ciencia teórica descubra los principios generales que explique esta clase de fenómenos. Este debate teoría-práctica no es exclusivo de la Didáctica, sino que es visible en muchas ciencias actuales: medicina, economía, etc...

En el caso de la Didáctica de las Matemáticas, tanto la concepción tecnicista como la concepción pluridisciplinar (tradicional y dominante) adoptan un punto de vista de "ciencia aplicada"; los principios teóricos generales vienen dados por otras ciencias básicas, especialmente la psicología, pedagogía, sociología, ... La didáctica especial de las matemáticas debe aplicar estos principios al caso particular de las nociones y destrezas matemáticas y dar solución al problema de la enseñanza de las matemáticas.

La concepción matemática o fundamental de la Didáctica de las Matemáticas se revela contra este reduccionismo atacando, precisamente, el punto esencial: las teorías generales psico-pedagógicas como el conductismo, constructivismo, teorías del desarrollo (Piaget, Bruner, ...) aplicadas a la enseñanza- aprendizaje de contenidos específicos no son suficientes. El papel jugado por el saber que se quiere transmitir es fundamental, hasta el punto que, en general, invalida dichos principios. Por tanto, es preciso tratar de construir una teoría propia específica del contenido que explique el funcionamiento del sistema desde la perspectiva del saber. Este punto de vista es, asimismo, claramente sostenido por Freudenthal: "Desconfío fuertemente de las teorías generales del aprendizaje, incluso si su validez se restringe al dominio cognitivo. La matemática es diferente - como he enfatizado anteriormente -, y una de las consecuencias es que no hay en otros campos un equivalente didáctico a la invención guiada" (Freudenthal, 1991, pag 138).

Puesto que se hallan aún en una primera etapa de desarrollo del marco teórico, la escuela francesa reclama una atención preferente hacia las cuestiones teóricas relegando a un papel secundario las cuestiones técnicas, entre otros motivos porque no se disponen de puntos de referencia seguros para realizar propuestas fundamentadas.

Por nuestra parte, y teniendo en cuenta la complejidad del sistema global de enseñanza, que admite también la descomposición teoría, desarrollo y práctica (Steiner, 1985), pensamos que la optimización de su funcionamiento requiere el esfuerzo conjunto de las distintas perspectivas de investigación. Las investigaciones tanto teóricas como aplicadas constituyen aportaciones necesarias. No obstante, los conceptos teóricos y fenómenos didácticos identificados por la concepción fundamental pueden tener un papel especial, por el punto de vista matemático que adopta, ya que de la difusión del conocimiento matemático se trata.

Finalmente, la conexión teoría - práctica, el cambio social que en última instancia reclaman los conocimientos obtenidos por la investigación teórica, precisa la creación de una "interfase" que apenas está desarrollada. ¿Puede estar formada por un reconocimiento explícito del tipo de investigación - acción, hecha con una finalidad de cambio social y de formación?. Las investigaciones llevadas a cabo con la participación de profesores en los equipos de investigación pueden constituir esa "interface" del sistema de enseñanza.

En este sentido se expresa Kilpatrick (1988, p. 204), quien aboga por una colaboración más estrecha entre investigadores y profesores: "Una barrera continua para el cambio es el fallo de los investigadores y profesores en nuestro campo para caminar juntos en la empresa de investigación... "parece que algo no funciona teniendo a un grupo decidiendo qué hacer y otro haciéndolo". Interpretamos esto como una toma de postura hacia un paradigma más próximo a la posición socio-crítica de la investigación - acción (Carr y Kemmis, 1986) si se quiere progresar en la optimización del funcionamiento del sistema en su conjunto.

5. Paradigmas de investigación

Al tratar de hacer una valoración crítica sobre la naturaleza de los resultados de la investigación en Didáctica de la Matemática nos encontramos con el hecho del carácter relativo de los mismos a las circunstancias particulares de los participantes (profesores y alumnos) y del contexto. Como señala Howson (1988, p. 269) "un descubrimiento empírico en educación matemática no sólo carece de universalidad respecto al contexto, sino incluso de validez a lo largo del tiempo" ya que la sociedad en que tiene lugar la enseñanza de la matemática cambia constantemente.

Otra circunstancia que afecta profundamente a la validez y significación de los resultados de las investigaciones es la cuestión de la perspectiva bajo la cual se lleva a cabo, esto es, el problema del paradigma de investigación. En este sentido, y siguiendo a Shulman (1986), cabe citar los dos polos extremos:

- el enfoque positivista o proceso-producto, que trata, especialmente, de encontrar leyes y de confirmar hipótesis acerca de las conductas y procedimientos que se asocian con ganancias en el rendimiento de los alumnos;

- el enfoque interpretativo, orientado a la búsqueda del significado personal de los sucesos, el estudio de las interacciones entre las personas y el entorno, así como los pensamientos, actitudes y percepción de los participantes.

El programa positivista o proceso-producto utiliza preferentemente los métodos cuantitativos, generalmente asociados con las mediciones sistemáticas, diseños experimentales, modelos matemáticos, mientras que el programa interpretativo (ecológico, etnográfico, ...) está asociado con las observaciones naturalistas, el estudio de casos, la etnografía y los informes de tipo narrativo. (Erickson, 1986)

Para Eisenhart (1988) los rasgos diferenciales entre ambos enfoques son:

- el modo limitado en que el positivista (comparado con los etnógrafos) entran en las vidas o actividades de los sujetos que estudian;
- escaso interés que los investigadores de la primera tendencia han tenido en los significados intersujetivos que se puedan constituir en las escuelas o aulas que estudian;
- la investigación positivista raramente usa las teorías socioculturales para ayudarse a interpretar sus descubrimientos;
- dentro del enfoque interpretativo, los antropólogos educacionales, prestan una atención limitada a:
 - las capacidades cognitivas
 - teorías del desarrollo cognitivo y procesamiento de la información
 - rehúsan la manipulación de variables y el forzamiento de los sucesos naturales.
 - raramente se preocupan de intentar hacer algo sobre los problemas educacionales.

Estos programas tan dispares en sus planteamientos han coexistido y aún lo hacen en el campo de la enseñanza y aprendizaje en general, y por tanto, también en la Matemática, especialmente en las investigaciones llevadas a cabo bajo la perspectiva que hemos denominado pluridisciplinar. Pero, como indican Goetz y LeCompte (1988), en general, muchas de las actuales investigaciones educativas, en especial los diseños más creativos, pueden catalogarse en un punto intermedio entre ambos paradigmas. Estos autores prefieren definir el modelo de investigación por cuatro dimensiones o modos suposicionales: deductivo- inductivo, generativo -verificativo, constructivo -enumerativo y subjetivo-objetivo.

La dimensión deductivo-inductivo indica el lugar de la teoría en la investigación: si se parte de teorías previas o éstas son generadas de la investigación. La dimensión generativa verificativa se refiere a la medida en que los resultados de un grupo son generalizables a otros. La investigación verificativa quiere establecer generalizaciones que van más allá de un sólo grupo. Los modos de formulación y diseño de las variables y categorías de análisis definen la dimensión constructiva enumerativa y la subjetiva-objetiva se refiere a los constructos bajo análisis en relación con los participantes estudiados.

Además de los anteriores, hemos de distinguir un tercer paradigma socio-crítico, partidario de conectar la investigación con la práctica, con la vista puesta hacia su cambio en la dirección de una mayor libertad y autonomía de los participantes. No es suficiente penetrar en una clase y observar el encuentro educacional. Se precisa también guiar directamente la práctica; esto precisa una mayor colaboración entre el profesor y el investigador (Kilpatrick, 1988).

Un ejemplo de integración entre los diversos paradigmas expuestos viene dado en algunas de las investigaciones desarrolladas por la escuela francesa de Didáctica de la Matemática. Pueden verse, por ejemplo, los trabajos de Brousseau (1986), Douady (1984) y Artigue (1989). Como se ha indicado, el problema principal para la concepción matemática o fundamental es el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber con el fin de su optimización, de su control y reproducción en situación escolar esencialmente. Esto va a conducir a conceder una importancia particular al objeto de la interrelación entre los dos subsistemas (saber - alumno) que es la situación- problema y la gestión de esta interacción por el profesor.

Los supuestos subyacentes a este enfoque metodológico son:

- la complejidad del fenómeno que hace necesario un estudio holístico y de casos, así como disponer de técnicas múltiples de recogida de datos;
- la especificidad respecto al saber matemático, que hace posible la generación de hipótesis previas, a partir del estudio de dicho saber y de su génesis epistemológica;

Estos supuestos le llevan a incorporar en su programa de investigación rasgos de los distintos paradigmas considerados, como pondremos de manifiesto a continuación.

Rasgos del paradigma positivista - experimental:

- hay un tratamiento: se preparan con cuidado las lecciones, los profesores, las situaciones, la forma de trabajar, con la finalidad de provocar efectos específicos;
- se formulan hipótesis previas generadas a partir de una teoría general y del estudio "a priori" de la situación, la cual, a su vez, se construye basada en la teoría;
- se apoyan fuertemente en los métodos estadísticos, especialmente las técnicas del análisis multivariante de datos, aunque dichos datos sean esencialmente de tipo cualitativo. Se intenta contrastar o verificar las hipótesis iniciales. En este sentido se satisface la recomendación de Kilpatrick (1981) en el sentido de que los investigadores en educación matemática deben estudiar nuevas técnicas de análisis exploratorio de datos y presentación de resultados.

Rasgos del paradigma ecológico- etnográfico:

- enfoque holístico: estudio sistémico y global del fenómeno;
- datos de tipo cualitativo, interés en las variables de proceso y en las interrelaciones entre los componentes del sistema;
- posibilidad de generar nuevas hipótesis en el transcurso de la investigación;

- estudio de casos. No se usa el muestreo aleatorio. Se describe con detalle el grupo estudiado;
- técnicas de recogida de datos múltiples, muchas de ellas de tipo etnográfico, como es la observación.
- uso de técnicas de análisis de datos cualitativos: definición de categorías, aunque con el propósito de cuantificación y análisis estadístico.

Resumiendo respecto a los modos suposicionales de Goetz y LeCompte (1988), podríamos decir que el paradigma de investigación implementado por la concepción matemática de la Didáctica de la Matemática se sitúa en los extremos objetivo y enumerativo, estando en un punto intermedio entre deductivo e inductivo y entre generativo y enumerativo.

6. Elementos para una perspectiva de síntesis

Consideramos que el punto de vista sistémico debe conducir a la superación de los posibles antagonismos entre las distintas concepciones y paradigmas. Es necesario un compromiso integrador entre Teoría - Desarrollo - Práctica, entre positivismo, interpretativismo y criticismo. Esto lo da la consideración de las distintas concepciones como puntos de vistas complementarios de una acepción más amplia. "El concepto de complementariedad se presenta como útil adecuado para comprender las relaciones entre diferentes tipos y niveles de conocimiento y actividad" (Steiner, 1985; p. 15)

Las concepciones pluridisciplinar y fundamental parecen compatibles y complementarias. La consideración de la Didáctica de la Matemática como parte de las matemáticas puede permitir una "didáctica matemática" de las matemáticas, de igual modo que existe una lógica matemática o una metamatemática. Esta ciencia no puede sustituir la aportación indispensable de las otras ciencias. No hay un sólo aspecto, una sola categoría de fenómenos en las situaciones de enseñanza; la didáctica (en el sentido fundamental) no ha mostrado claramente todavía los fenómenos que toma a su cargo con conceptos y métodos específicos. (Brousseau, 1989).

Inversamente, la integración de los conocimientos exógenos es indispensable y no se puede hacer sino bajo el control de una teoría específica. Asimismo, permite "establecer con la práctica de la enseñanza una relación sana de ciencia a técnica y no de prescripción a reproducción." (Brousseau, 1989; p. 67)

En cuanto a los métodos, Kilpatrick (1981) aboga también por un eclecticismo. No se pueden abandonar las técnicas cuantitativas de tipo estadístico (cuando no han comenzado sino a aplicarse) por los métodos etnográficos exclusivos. El análisis exploratorio de datos lo presenta como complemento enriquecedor de los métodos cuantitativos que los educadores matemáticos deben utilizar. Asimismo, recomienda el planteamiento de líneas de investigación convergentes en las que los estudios exploren una cuestión desde una variedad de perspectivas usando métodos variados, en lugar de insistir en estudios de replicación.

En resumen, las cuestiones planteadas constituyen aspectos esenciales de los puntos propuestos por Steiner (1985) para el programa de desarrollo de la "Teoría de la Educación Matemática":

- (1) La identificación y elaboración de problemas básicos en la orientación, fundamentación, metodología y organización de la Educación Matemática como una disciplina.
- (2) El desarrollo de una aproximación comprensiva de la Educación Matemática en su totalidad, contemplándola como un sistema interactivo que comprende la investigación, el desarrollo y la práctica.
- (3) Desarrollo de su papel dinámico que regule el intercambio teoría-práctica y la cooperación interdisciplinar.

Referencias:

- ARTIGUE, M. (1984). Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques. Tesis de Estado. Universidad de París VII.
- ARTIGUE, M. (1989). Ingenierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 9.3, pag. 281-308.
- BALACHEFF, N. (1990). Towards a problématique for research on mathematics teaching. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 21. n. 4, 258-272.
- BEGLE, E. & GIBB, (1980) Why do research?. En: R. J. Shunway (Ed.) Research in mathematics education; pag. 3-19. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- BROUSSEAU, G. (1989). La tour de babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux.
- BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 7, (2), 33-115.
- BURKHARDT, H. (1988). The roles of theory in a 'systems' approach to mathematical education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, n.5, 174-177.
- CARR, W. & KEMMIS, S (1986). Becoming critical. Deakin University Press [traducción en español: Teoría crítica de la enseñanza. Barcelona: Martínez Roca, 1988]
- CHEVALLARD, Y (1980). The didactics of mathematics: its problematic and related research. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 1, 146-157.
- CHEVALLARD, Y. (1985) La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensé Sauvage.
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par una approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 12. n.1 pp. 73-112.
- EISENHART, M.A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. Journal for Rsearch in Mathematics Education, 19 (2), 99-114.

- ERICKSON, R. (1986). Qualitative methods in research on teaching. En M.C. Wittrock. Handbook of research of teaching. London: Macmillan.
- FOX, D.J. (1981). El proceso de investigación en educación. Pamplona: EUNSA. (1 ed. inglesa, 1969)
- FREUDENTHAL, H. (1981). Major problems of mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 12, 133-150.
- FREUDENTHAL, H. (1991). Revisiting mathematics education. (China lectures). Kluwer A.P.
- GODINO, J.D. (1991). Hacia una teoría de la educación matemática. En: A. Gutierrez (Ed.), Area de conocimiento: Didáctica de la Matemática, Cap. 3. Madrid: Síntesis.
- GOETZ, J. P. y LECOMPTE, M. D. (1988). Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa. Madrid: Morata.
- GROUWS, D.A. (Ed.) (1992). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan.
- HOWSON, G. (1988). Research in mathematics education. The mathematical Gazette, v. 72, n 462, 265-271.
- KILPATRICK, J. (1981). Research on mathematical learning and thinking in the United States. Research en didactiques des mathématiques, 2, 363-379.
- KILPATRICK, J. (1988). Change and stability in research in mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, n.5, 202-204.
- SOWDER, J. (Ed.) (1991). Research agenda in mathematics education: setting a research agenda. LEA & N.C.T.M.
- SHULMAN, L.S. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. En M.C. Wittrock (Ed.) Handbook of research on teaching. London: Macmillan.
- STEINER, H.G. (1984). Theory of mathematics education (TME) - an introductory talk. En: H.G. Steiner & al. (Eds). Theory of mathematics education (TME). ICME 5. Occasional paper 54. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- STEINER, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. For the Learning of Mathematics, 5, 2, 11-17.
- WHEELER, D. et al. (1984). Research problems in mathematics education, I, II & III. For the learning of mathematics, 4, (I) 40-47, (II) 39-43, (III) 22-29.

